

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»  
(Новосибирский государственный университет, НГУ)

**Физический факультет  
Кафедра теоретической физики**

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ФФ  
А. Е. Бондарь  
« 27 » 10 2020 г.



**Рабочая программа дисциплины  
ТЮТОРИАЛ ПО МЕТОДАМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

направление подготовки: **03.03.02 Физика, Курс 3, семестр 5 и 6**  
направленность (профиль): **Общая и фундаментальная физика**

Форма обучения: **Очная**

Семестр	Общий объём	Виды учебных занятий (в часах)				Промежуточная аттестация (в часах)				
		Контактная работа обучающихся с преподавателем			Самостоятельная работа, не включая период сессии	Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации	Контактная работа обучающихся с преподавателем			
		Лекции	Практические занятия	Консультации в период занятий			Консультации	Зачёт	Дифференцированный зачёт	Экзамен
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	36		16		20					
6	36		16		20					
<b>Всего</b>	<b>72</b>		<b>32</b>		<b>40</b>					
Всего 72 часа / 2 зачётные единицы, из них: - контактная работа 32 часа - в интерактивных формах 32 часа										
Компетенции: ОПК-3										

Разработчики:  
д.ф.-м.н, проф.  
д.ф.-м.н, проф.  
к.ф.-м.н, доцент




Д. А. Шапиро  
Е. В. Подивилов  
Е. Г. Шапиро

И. о. зав. кафедрой ТФ ФФ НГУ  
к.ф.-м.н., доцент



А. И. Черных

Ответственный за образовательную программу,  
д.ф.-м.н., проф.



С. В. Цыбуля

Новосибирск, 2020

## Содержание

<b>Аннотация</b> .....	3
1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы. ....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы. ....	4
3. Трудоёмкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу. ....	4
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий. ....	5
5. Перечень учебной литературы. ....	6
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся. ....	6
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. ....	7
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине. ....	7
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине. ....	7
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине. ....	8

## Аннотация

### к рабочей программе дисциплины «Тьюториал по методам математической физики»

Направление: **03.03.02 Физика**

Направленность (профиль): **Общая и фундаментальная физика**

Программа дисциплины «Тьюториал по методам математической физики» составлена в соответствии с требованиями СУОС по направлению подготовки **03.03.02 Физика, направленность «Общая и фундаментальная физика»**, а также задачами, стоящими перед Новосибирским государственным университетом по реализации Программы развития НГУ.

Дисциплина относится к вариативной части образовательной программы и предлагается студентам третьего курса физического факультета в качестве одной из факультативных дисциплин кафедрой теоретической физики. Дисциплина ведется параллельно с дисциплиной вариативной части программы «Методы математической физики»

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника общепрофессиональной компетенции:

**ОПК-3** Способность использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач

- **Владеть:** навыками решения задач по методам математической физики.

Дисциплина рассчитана на два семестра. Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

Текущий контроль: проверка решения задач, заданных на самостоятельную подготовку.

Промежуточная аттестация: не предусмотрена.

Общая трудоёмкость рабочей программы дисциплины составляет **72** академических часа / **2** зачётные единицы-

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Учебная дисциплина «Тьюториал по методам математической физики» предназначена для развития навыков решения задач по методам математической физики.

Дисциплина относится к вариативной части образовательной программы и способствует развитию общепрофессиональной компетенции:

ОПК-3 Способность использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач.

Дисциплина проводится в форме практических занятий, на которых решаются типовые задачи по методам математической физики, проводится разбор заданий, выполняемых обучающимися в рамках самостоятельной работы. Существенным элементом образовательных технологий является не только умение студента найти решение задачи, но и способность доходчиво донести его до всей аудитории. Умение ответить на вопросы сокурсников и преподавателя развивает навыки, которые будут необходимы в дальнейшей профессиональной деятельности студента.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Владеть:** навыками решения задач по методам математической физики (ОПК-3).

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Тьюториал по методам математической физики» реализуется в осеннем и весеннем семестрах 3 курса для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 03.03.02 Физика, направленность «Общая и фундаментальная физика». Для восприятия дисциплины требуется предварительная подготовка студентов по механике, электродинамике, математике (дифференциальное и интегральное исчисления). Она ведётся параллельно с обязательной дисциплиной «Методы математической физики» и предоставляет возможность обучающимся получать дополнительные разъяснения и приобрести дополнительные навыки по решению тех же типов задач, которые рассматриваются в рамках курса «Методы математической физики».

### 3. Трудоёмкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу.

Семестр	Общий объём	Виды учебных занятий (в часах)				Промежуточная аттестация (в часах)				
		Контактная работа обучающихся с преподавателем			Самостоятельная работа, не включая период сессии	Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации	Контактная работа обучающихся с преподавателем			
		Лекции	Практические занятия	Консультации в период занятий			Консультации	Зачёт	Дифференцированный зачёт	Экзамен
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	36		16		20					
6	36		16		20					
<b>Всего</b>	<b>72</b>		<b>32</b>		<b>40</b>					
Всего 72 часа / 2 зачётные единицы - контактная работа 32 часа - в интерактивных формах 32 часа										
Компетенции: ОПК-3										

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: практические занятия, консультации, самостоятельная работа студента и её текущий контроль преподавателями во время практических занятий. Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

- текущий контроль успеваемости: проверка решения задач, выполненных студентами в рамках самостоятельной работы, разбор обучающимися у доски решения задач, предлагаемых непосредственно во время практических занятий.

- промежуточная аттестация: не предусмотрена.

Общая трудоёмкость рабочей программы дисциплины составляет 2 зачётные единицы.

- практические занятия – 32 часа;
- самостоятельная работа обучающегося в течение семестра, не включая период сессии – 40 часов;

Объём контактной работы обучающегося с преподавателем (практические занятия) составляет 32 часа.

Работа с обучающимися в интерактивных формах составляет 32 часа (практические занятия).

#### **4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий.**

##### **Программа практических занятий на 5-й семестр (16 часов)**

*Занятие 1-9.* Решение задач по теме:

1. Метод характеристик для линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.
2. Приведение гиперболической системы к каноническому виду. Инварианты Римана, простая волна Римана.
3. Волновое уравнение. Решение одномерного волнового уравнения, формула Даламбера.
4. Автомодельные подстановки для уравнений теплопроводности.
5. Разделение переменных. Метод Фурье.
6. Специальные функции. Функции Бесселя. Присоединённые функции Лежандра.
7. Специальные функции. Функция Гаусса и вырожденная гипергеометрическая функция. Полиномы Эрмита и Лагерра.
8. Асимптотика интегралов. Интеграл Лапласа. Метод стационарной фазы. Асимптотика функций Бесселя.
9. Метод перевала. Асимптотика функций Лежандра и Эйри.

##### **Программа практических занятий на 6-й семестр (16 часов)**

*Занятие 1-9.* Решение задач по теме:

1. Симметрия молекул (повороты, отражения, зеркальные повороты). Определение группы. Основные понятия теории групп.
2. Матричные представления конечных групп. Разложение представления на неприводимые.
3. Симметрии, законы сохранения и вырождение в квантовой механике.
4. Общие свойства групп Ли. Алгебра Ли.
5. Построение неприводимых представлений группы вращений. Повышающий и понижающий операторы, оператор Казимира.
6. Функция Грина уравнения Штурма – Лиувилля.
7. Обобщённая функция Грина.

8. Принцип максимума для оператора Лапласа. Единственность решения задач Дирихле и Неймана.
9. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение с помощью преобразования Фурье.

### Самостоятельная работа студентов (40 часов)

Перечень занятий на СРС	Объём, час
Подготовка к практическим занятиям (выполнение заданий)	40

## 5. Перечень учебной литературы.

### 5.1. Основная литература

1. Годунов С.К. Уравнения математической физики. — Москва: Наука, 1971. — 416 с.: ил.
2. Колоколов И.В., Кузнецов Е.А., Мильштейн А.И. и др. Задачи по математическим методам физики. — 2-е изд., испр. — Москва: Эдиториал УРСС, 2002. — 286 с.: ил.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — Изд. 4-е, испр. — Москва: Наука, 1989. — 767 с.: ил. — (Теоретическая физика, т. III).
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. — Изд. 3-е, перераб. — Москва: Наука, 1986. — 736 с.: ил. — (Теоретическая физика, т. VI).

### 5.2. Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Изд. 3-е, перераб. и доп. — Москва: Наука, 1984. — 271 с.: ил.
2. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. Т.1. — М.: Мир, 1982. — 486 с.: ил.
3. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. Т.2. — М.: Мир, 1984. — 381 с.: ил.
4. Мессиа А. Квантовая механика. Т.1. — М.: Наука, 1978. — 478 с.: ил.
5. Мессиа А. Квантовая механика. Т.2. — М.: Наука, 1979. — 583 с.: ил.
6. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. — Изд. 5-е, испр. — М.: Наука, 1992. — 431 с.

## 6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся.

Самостоятельная работа студентов поддерживается следующими учебными пособиями:

1. Колоколов И.В., Кузнецов Е.А., Мильштейн А.И. и др. Задачи по математическим методам физики. — 2-е изд., испр. — Москва: Эдиториал УРСС, 2002. — 286 с.: ил.
2. Подивилов Е.В., Шапиро Д.А., Шапиро Е.Г. Рабочая тетрадь по математическим методам физики: учебное пособие: [для студентов 3-го курса Физ. фак. НГУ]. — М-во образования и науки РФ, Новосиб. гос. ун-т, Физ. фак., Каф. теорет. физики. — Новосибирск: Редакционно-издательский центр НГУ, 2012. — 125 с.: ил.
3. Кузнецов Е.А., Шапиро Д.А. Методы математической физики: курс лекций: [для студентов 3-го курса Физ. фак. НГУ]. Ч.1. — М-во образования и науки РФ, Новосиб. нац. исслед. гос.

ун-т, Физ. фак., Каф. теорет. физики. — Новосибирск: Редакционно-издательский центр НГУ, 2011. — 114 с.: ил., граф.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

Для освоения дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- образовательные интернет-порталы;
- информационно-телекоммуникационная сеть «Интернет».

### **7.1 Современные профессиональные базы данных**

Не используются.

### **7.2. Информационные справочные системы**

Не используются.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows и MS Office.

Использование специализированного программного обеспечения для изучения дисциплины не требуется.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для реализации дисциплины «Тьюториал по методам математической физики» используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации.

2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

## 10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

### Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

#### *Текущий контроль*

Текущий контроль осуществляется в ходе практических занятий: проверка решения задач, выполненных студентами в рамках самостоятельной работы, разбор обучающимися у доски решения задач, предлагаемых непосредственно во время практических занятий.

#### *Промежуточная аттестация*

Не предусмотрена.

## 10.2. Типовые задания, предлагаемые для самостоятельной подготовки и разбираемые на практических занятиях

### 5-й семестр

#### Задание №1

1. Вычислить  $\exp(\mathbf{a} + \mathbf{b}\boldsymbol{\sigma})$ , где  $\boldsymbol{\sigma}$  – матрицы Паули,  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  – комплексные скаляр и вектор.
2. Найти решение кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0$$

в скрещенных электрическом и магнитном полях  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$ . Как выглядят характеристики?

3. Найти закон колебаний холодного электронного газа относительно однородного неподвижного ионного фона плотности  $n_0$ . Колебания описываются уравнением непрерывности для плотности электронов  $n(\mathbf{x}, t)$ , уравнением Эйлера для их скорости  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  и уравнением Пуассона для электрического поля  $E(\mathbf{x}, t)$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(n\mathbf{u})}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = -\frac{e}{m} E, \quad \frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e(n_0 - n)$$

При каких начальных значениях амплитуды электрического поля  $E_0$  происходит

опрокидывание, если  $u(x, 0) = 0$ ,  $E(x, 0) = \frac{E_0}{1 + x^2/d^2}$  ?

4. Определить тип уравнения  $u(u_{xx} - u_{yy}) - 2xu_{xy} - u_y = 0$  привести к каноническому виду и решить задачу Коши  $u(0, y) = \frac{1}{chy}$ ,  $u_x(0, y) = 0$ . Исследовать разрешимость задачи Коши.

### Задание №2

1. Решить задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности на положительной полуоси с начальным условием  $u(x,0)=x^4$  и граничным условием  $u_x(0,t)=0$ .
2. На границе бесконечного цилиндра радиуса  $R$  температура осциллирует как  $T(t)=T_0\sin\omega t$ . Найти распределение температуры в цилиндре как функцию времени. Исследовать решение при  $\omega \gg \chi/R^2$ , где  $\chi$  – температуропроводность.
3. Найти собственные частоты  $\omega$  колебаний шара радиуса  $R$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = 0$$

при условии  $\omega R/c \gg 1$ .

4. Показать, что уравнение Шрёдингера для двумерного «атома водорода» в электрическом поле  $F$

$$-\frac{1}{2} \Delta \psi - \frac{\psi}{\sqrt{x^2 + y^2}} + Fy\psi = E\psi$$

$$x = \xi \eta, \quad y = \frac{\xi^2 - \eta^2}{2}.$$

допускает разделение переменных в параболических координатах

- Найти уровни энергии  $E$  и собственные функции  $\psi$  связанных состояний при  $F=0$ . Сравнить с ответом в полярных координатах.

### Задание №3

1. Вычислить асимптотику интеграла  $\int_0^{\infty} dx \exp(-x^3/3 + ax)$ , где  $a$  – комплексная величина,  $|a|$  – большой параметр.
2. Найти решение  $\psi(x,t)$  уравнения Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + mgx\psi$$

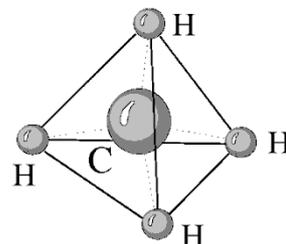
с начальным условием  $\psi(x,0)=A \exp(-|x|/a)$ . Исследовать асимптотику на больших временах. С какой скоростью движется центр пакета и как меняется его ширина?

3. Методом усреднения найти эволюцию колебаний маятника, испытывающего трение при прохождении точки  $x=a$ , и сравнить с точным решением уравнения

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} \delta(x-a) + \omega_0^2 x = 0, \quad \gamma \rightarrow 0.$$

### Задание №1

1. Определить порядок и число классов сопряженных элементов группы вращений тетраэдра  $T$ . Найти инвариантную подгруппу  $H$  и фактор-группу  $T/H$ . Построить таблицу неприводимых характеров.
2. Построить таблицу неприводимых характеров полной группы тетраэдра  $T_d$ . Найти кратности вырождения частот нормальных колебаний молекулы метана  $CH_4$ .
3. В квантовой механике можно обозначить спиновую волновую функцию электрона как  $\alpha$ , если спин направлен “вверх” или  $\beta$ , когда спин направлен “вниз”. Состояния  $\alpha$  и  $\beta$  ортогональны. Для системы из трех электронов можно сформировать волновые функции вида  $\alpha(1)\alpha(2)\alpha(3)$ ,  $\alpha(1)\alpha(2)\beta(3)$  и т.д., всего 8 волновых функций. Эти волновые функции преобразуются друг через друга под действием элементов группы подстановок  $P_3$ . Разложить данное представление на неприводимые.



### Задание №2

1. Вывести правила отбора для матричных элементов электрического дипольного момента в молекуле из задачи 2.
2. Построить представление группы вращений в пространстве однородных полиномов третьей степени  $P(x, y, z) = \sum_{m+n+l=3} C_{mnl} x^m y^n z^l$ . Найти базис подпространства гармонических полиномов. Разложить исходное представление на неприводимые и выразить базис последних через сферические функции  $Y_{lm}$ .
3. Разложить на неприводимые представление группы вращений  $SO(3)$  на тензорах третьего ранга в трехмерном пространстве. Рассмотреть полностью симметричную часть. Приводима ли она?
4. Центробежная поправка в гамильтониане многоатомной молекулы имеет вид  $V = \sum_{ijkl} \tau_{ijkl} J_i J_j J_k J_l$ , где  $J_i$  – вектор углового момента,  $\tau_{ijkl}$  – симметричный тензор. Сколько независимых компонент содержит тензор  $\tau$ , если молекула имеет симметрию треугольника  $D_3$ ?
5. Две переменные  $z_1, z_2$  преобразуются вещественной матрицей из группы  $G=SL(2)$

$$\begin{pmatrix} z_1' \\ z_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad ad - cd = 1.$$

Найти генераторы  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3$  группы  $G$  в представлении на функциях  $w(z_1, z_2)$  и их коммутационные соотношения. Найти оператор Казимира, коммутирующий со всеми генераторами. Найти собственные функции оператора Казимира. Построить повышающий и понижающий операторы для  $\hat{I}_3$ .

### Задание №3

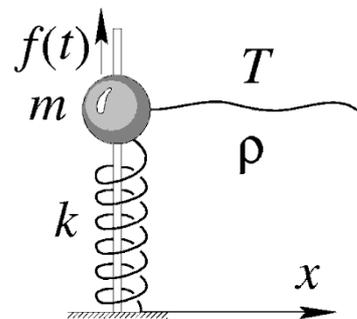
1. Найти функцию Грина и решение уравнения  $y''' = f(x)$  с граничными условиями  $y(0) = a$ ,  $y(l) = 0$ ,  $y'(0) + y'(l) = 0$ .
2. Найти функцию Грина неоднородного уравнения теплопроводности на поверхности цилиндра радиуса  $R$ :

$$u_t = \chi \Delta u + f(z, \varphi, t).$$

Выписать решение задачи с источником  $f = Q\delta(z - Vt)$ .

11. Найти функцию Грина второго рода  $G(x, t|t')$  механической системы, состоящей из шарика, скользящего по вертикальной спице, соединенного с пружинкой и полубесконечной струной, натянутой вдоль оси  $x$ .

$$\rho u_{tt}(x, t) = T u_{xx}(x, t), \quad m u_{tt}(0, t) = -k u(0, t) + T u_x(0, t) + f(t).$$



**Лист актуализации рабочей программы  
по дисциплине «Тьюториал по методам математической физики»  
по направлению подготовки 03.03.02 Физика  
Профиль «Общая и фундаментальная физика»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Учёного совета ФФ НГУ	Подпись ответственного